

Una revisión de estudios psicológicos sobre la noción de probabilidad

Jorge Luis Bazán Guzmán

Facultad de Ciencias. Departamento de Matemáticas PUCP
Servicio de Psicología UNALM

Publicado en *Correspondencia Psicológica*. Revista del equipo de trabajo psicológico "Extramuros". UNMSM, 1996, 2, 23-30

La probabilidad es un concepto no elucidado aún. Valencia, G y Suarez, M (1988)., mencionan diversas interpretaciones de la probabilidad como: la *clásica*, la *frecuentista*, la *lógica*, la *subjetiva pura* y la *subjetiva personal*, y la más difundida entre éstas, la *axiomática*, debida al matemático Kolmogorov. A pesar que esta clasificación es apropiada no recoge las más recientes variantes que se vienen desarrollándose. Lo característico a los esfuerzos clásicos (los mencionados por Valencia & Suárez) y recientes, es la evaluación de la probabilidad como concepto científico aplicativo y su significatividad filosófica.

Una vertiente nueva para la discusión la proporcionan los estudios de la probabilidad en contextos de enseñanza, (ver Bazán, 1994). Así de lo que se trata es de evaluar los requisitos psicológicos previos para la “mejor” enseñanza de la probabilidad. En este punto, la Psicología, como parte de su preocupación permanente por la enseñanza de las matemáticas en general, (ver Resnick, L y Ford, W 1990), ha desarrollado la *vertiente experimental de la probabilidad*, es decir, la evaluación evolutiva y experimental de la adquisición de nociones, conceptos y aspectos relacionados con el aprendizaje de la probabilidad. Se ha identificado dos propuestas psicológicas: la de Piaget, ligada a la adquisición de la noción de azar en el niño, (ver Piaget y Longeot, 1974), en base sus etapas postuladas para el desarrollo del pensamiento lógico; y la de Cohen, particularizando nociones de probabilidad subjetiva dentro del contexto amplio del Estudio de la incertidumbre. (ver Cohen, J, 1974).

La característica de la reflexión psicológica sobre la probabilidad se refiere a su Estudio de carácter experimental. Considerando que la probabilidad se define dentro del contexto de un “experimento aleatorio”, se entiende por experimental el hecho de someter a situaciones aleatorias controladas a sujetos con fines de estudio. Se está interesado generalmente en la evaluación de la respuestas de los sujetos y de la actividad desarrollada previa, durante y posterior a la situación experimental. El Estudio experimental de la probabilidad permite destacar aspectos cognitivos, afectivos, sociales y culturales, puestos en juego por los sujetos que se someten al procedimiento experimental diseñado.

La Propuesta experimental de Cohen

John Cohen, es profesor de Psicología (orientada hacia la matemática) de la Universidad de Manchester, en el artículo ya citado, menciona que se ha investigado con métodos experimentales los “sutiles procesos de la probabilidad subjetiva”, por cuanto éstos “impregnan y guían nuestros pensamientos y acciones”, para lo cual establece como finalidades en el artículo los siguientes:

- 1) Determinar si las probabilidades subjetivas tiene algo en común con la probabilidad matemática. determinar en que medida la probabilidad subjetiva está sujeta a leyes psicológicas propias, esbozar el desarrollo acerca de la probabilidad sobre todo en los jóvenes en edad escolar.
- 2) Estudiar las formas de estimación de las probabilidades de éxito y fracaso.
- 3) Estudiar de que manera lo incierto domina nuestro lenguaje.
- 4) Estudiar la manifestación de los procesos de la probabilidad subjetiva en el juego.

De los cuatro fines que trabaja Cohen, el primero puede contribuir a esclarecer o polemizar aún más la definición de probabilidad. El tercer fin, asimismo invita a desentrañar el aspecto lingüístico y semántico implicado en el manejo de la incertidumbre el cual es empleado de manera natural por el ciudadano común, sin que existan investigaciones para esclarecer el punto (al menos no las conocemos). Investigaciones en esta línea y la mencionada anteriormente esclarecerían muy bien el concepto de probabilidad, por lo que podría aventurarse en una tercera etapa la investigación de formación de conceptos de probabilidad, lo cual no es trabajado por Cohen. Tal etapa permitiría replantear aspectos metodológicos de la enseñanza de la probabilidad y la estadística, a niveles universitarios y escolares en los dos niveles. Su relevancia es más bien social y en otro momento podemos discutir la importancia que tiene formar en los jóvenes el concepto de probabilidad “científica” (para no decir objetiva o matemática) que es el que se necesita manejar en un país como el nuestro, pero aquello es propio de otra propuesta. Los otros dos fines sin dejar ser importantes para fines prácticos (riesgo y juego) sólo recientemente han evidenciado su oportunidad como temas de investigación, sin embargo en el plano teórico no es posible delimitarlos claramente, existiendo imprecisiones metodológicas.

La propuesta experimental de Piaget

Como es conocido, Jean Piaget propuso un modelo para el desarrollo de la inteligencia, el cual esencialmente postula que este desarrollo pasa por fases sucesivas que poseen una originalidad propia y que son llamados estadios, que los estadios difieren cualitativamente unos de otros, que cada estadio posee su estructura que consiste en un conjunto coherente de medios, de posibilidades intelectuales, que esos conjuntos estructurados son los que caracterizan las diferentes fases del desarrollo. Uno de esos estadios es el denominado estadio operatorio formal, y que según los trabajos piagetanos comprende el período de 12 a 16 años.

Las características de este período son: las posibilidades de razonar en “segunda potencia” el pensamiento hipotético deductivo que considera a lo real a partir de lo posible. A manera de ilustración diremos que el niño es capaz de razonar por hipótesis y de un modo totalmente abstracto, de considerar lo real como un caso particular. El niño accede a:

- el uso del método experimental.
- la necesidad de demostrar premisas.
- la noción de probabilidad.

Su pensamiento logra, además coordinar dos conjuntos distintos de operaciones concretas y reducirlos a un sólo sistema de operaciones (operación con operaciones), es decir a una operación puramente formal.

En Piaget y Longeot (op. cit.), se ha desarrollado una escala para medir el desarrollo del pensamiento lógico, en base a diversos experimento ejecutados por Piaget para la deducción de su propuesta. Una subescala de dicha prueba se denomina “cuantificación de probabilidades”.

La subescala cuantificación de probabilidades consiste de 12 fichas amarillas sin marcar y 8 fichas amarillas marcadas con una cruz en una de sus caras, todos en una caja. La

experiencia consiste en proponer alternadamente las siguientes alternativas de evaluación:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) $1/4$ y $2/4$ | 5) $2/4$ y $3/7$ |
| 2) $3/5$ y $3/7$ | 6) $2/6$ y $1/3$ |
| 3) $2/4$ y $1/2$ | 7) $2/6$ y $3/8$ |
| 4) $1/2$ y $1/3$ | 8) $3/9$ y $2/6$ |

Por ejemplo en la primera alternativa se usan 3 fichas sin marcar y una marcada, frente a dos sin marcar y 2 marcadas, las cuales se presentan al niño para luego voltearlas e interrogarle en que grupo es más fácil encontrar las marcadas.

Para los autores, que el niño resuelva correctamente la mitad al menos de los problemas es una evidencia de que el sujeto ha alcanzado el estadio. Adicionalmente también proponen 4 subestadios, siendo los problemas correspondientes para su evaluación los siguientes:

concreto: 1, 2, 4 y 5

preformal : 3

formal a : 6, 8

formal b : 7

Esta propuesta, consideramos no tiene precisión al establecer la situación aleatoria, puesto que a priori es posible establecer la respuesta, debido a que las relaciones en los grupos son esencialmente fijas. Por otro lado más que una prueba de cuantificación de probabilidades resulta una prueba sobre conocimiento de proporciones, siendo este concepto necesario en esta propuesta, por lo que resulta restrictivo para adquirir la noción de probabilidad.

Algunos estudios psicológicos sobre la probabilidad

De acuerdo a Oerter, R (1975), Piaget y sus colaboradores descubrieron que los niños menores de once años no habían adquirido los conceptos explicativos del azar y la probabilidad.

En experimentos relativos al aprendizaje de la probabilidad en niños, Messick y Solley (citados también en Oerter) encontraron que las diferencias de edad aparecieron cuando se premiaba la apreciación exacta (coincidencia entre la predicción y el resultado). Los niños mayores intentaban formular sus adivinaciones de forma que obtuviesen las máximas ventajas posibles. El incremento progresivo de las apreciaciones a partir de los 100 primeros intentos demuestra, de acuerdo a Messick y Solley, que se trataba de una estrategia cognoscitiva que habían desarrollado durante la experiencia.

Cohen, J. (op. cit.) divulga una "experiencia" relativa a la noción de distribución estadística con niños de 10 a 16 años, a quienes se mostró un recipiente lleno de canicas azules y amarillas informándoles de su igual número. Un experimentador extrajo del recipiente de modo aleatorio cuatro canicas de cada vez, colocándolas en 16 copas. Posteriormente, los niños fueron interrogados con respecto a cuantas copas contenían respectivamente: cuatro canicas azules, tres azules y una amarilla, dos azules y dos amarillas, una azul y tres amarillas, y cuatro amarillas.

Cohen encontró que los niños progresaban aparentemente según cuatro estadios: más jóvenes (sobre los 10), intuían vagamente que las probabilidades de los distintos casos no eran las mismas; los más maduros consideraban que el contenido más frecuente (o más probable) de las copas era el de 2 azules y 2 amarillas; en un tercer estadio se llega a las conclusiones de que 1 amarilla y 3 azules aparecían con la misma frecuencia que 1 azul y 3 amarillas y en cuarto se llega a la conclusión de que 3 de un color y 1 de otro tenían más probabilidad que 4 del mismo color. Finalmente concluye que: "estas experiencias demuestran que a medida que va aumentando la edad y la experiencia, las situaciones inciertas van estructurándose de una forma cada vez más cercana a la objetividad matemática".

Sobre, éstos resultados, consideramos que provienen de experimentos sobre los que recaen serias dudas y objeciones a la interpretación de los resultados desde el punto de vista de la teoría matemática de la probabilidad. El resultado de Piaget era previsible en base a lo formulado antes. Los resultados de Messick y Solley por el contrario son cuestionables debido a las interpretaciones subjetivas de los resultados y al número de repeticiones del experimento. Con esa cantidad de ensayos los sujetos tendían a acertar sus adivinaciones, en la misma medida que la ley de regularidad estadística y de grandes números estabilizan las probabilidades de los eventos requeridos en adivinación.

Un Estudio peruano sobre la noción de distribución estadística

Consideramos junto a Cohen que el Estudio experimental de la probabilidad basado en las respuestas y actos de los sujetos puede constituir una importante línea de investigación para poder distinguir muy claramente lo que es la probabilidad, sin embargo no consideramos que la propuesta de Cohen resuelve el problema, aunque reporta algunos "experimentos" muy ingeniosos, lamentablemente estos no pueden ser considerados como tales, simplemente porque son reportados en su artículo sin ser descritos los procedimientos metodológicos, las características de los sujetos empleados, las condiciones ambientales y el control de criterios y variables utilizadas. A no ser que estos puedan ser replicados seguiremos sin saber nada al respecto.

En Bazán (1996) se presenta un Estudio piloto replicado sobre la noción de distribución estadística basado en Cohen (1974). Allí se recogió la experiencia con ocho escolares chimbotanos entre 11 y 16 años de ambos sexos, no habiendo obtenido resultados concluyentes sobre la hipótesis que a medida que avanza la edad, la estimación de la probabilidad se asemeja a la matemática. Se encontró si la prevalencia de ciertos esquemas de pensamiento en las respuestas de los sujetos que difieren de los encontrados por Cohen J. Esta es una manera sutil de estudiar experimentalmente la probabilidad. Allí se muestra el procedimiento experimental ad-hoc elaborado como parte de la metodología y se proponen hipótesis sobre el nivel de pensamiento característico presentado en los ocho niños evaluados, así como el necesario para adquirir la noción estudiada y asimismo se discute también las investigaciones futuras que pudieran obtenerse.

REFERENCIAS

- Bazán, J (1996) “Noción de Distribución Estadística en una muestra de escolares. Una aproximación”. Más Luz. Revista de Psicología y Pedagogía. Colegio D.F. Sarmiento. En impresión.
- Cohen, J (1974) “ Probabilidad subjetiva” en Matemáticas en las ciencias del comportamiento. Madrid. Alianza Editorial S.A. pp 50-58
- Piaget y Longeot (1974) EPL. Escala para medir el desarrollo del pensamiento lógico. Manual de instrucciones.
- Valencia, C. y Suarez, M (1988) “Introducción a los fundamentos de la probabilidad y la estadística”, en Mathesis, Filosofía e Historia de las Matemáticas. Méjico, Nov. 1988, vol. IV 4, 453-488.
- Oerter, R (1975) Psicología del Pensamiento. Editorial Herder. Barcelona, España. .